$$G_r(\tau) = -i\theta(\tau) \sum_{ij} \rho_{ii} |(i|\vec{\mu}|j)|^2 (e^{-i\omega_{ij}\tau} - e^{+i\omega_{ij}\tau})$$

et

$$G_r(\tau) = \frac{i}{2\pi} \sum_{ij} \rho_{ii} |(i|\vec{\mu}|j)|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \theta(\tau) \left[e^{i(\omega+\omega_{ij})\tau} - e^{i(\omega-\omega_{ij})\tau} \right] d\tau$$

Or on sait que

$$\int_0^{\infty} e^{ix\tau} d\tau = i\mathcal{P}\left(\frac{1}{x}\right) + \pi\delta(x) \quad \text{avec} \quad \mathcal{P}\left(\frac{1}{x}\right) = \begin{cases} \frac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

Il vient donc

$$G_r(\omega) = \frac{1}{2} \sum_{ij} \rho_{ii} |(i|\vec{\mu}|j)|^2 \left\{ \mathcal{P}\left(\frac{1}{\omega-\omega_{ij}}\right) - \mathcal{P}\left(\frac{1}{\omega+\omega_{ij}}\right) - i\left[\pi\delta(\omega-\omega_{ij}) - \pi\delta(\omega+\omega_{ij})\right] \right\}$$

D'où en utilisant les relations

$$\epsilon' = 1 + 4\pi N\, \mathcal{R}e\{\chi_\omega\} = 1 - 8\pi N\, \mathcal{R}e\{G_r(\omega)\}$$

$$\epsilon'' = 4\pi N\left[-\mathcal{I}m\{\chi_\omega\}\right] = -8\pi N\, \mathcal{I}m\{G_r(\omega)\}$$

il vient pour les parties réelles et imaginaires de la constante diélectrique et pour le coefficient d'absorption $\alpha(\omega)$:

$$\epsilon' = 1 + 4\pi N \sum_{ij} \rho_{ii} |(i|\vec{\mu}|j)|^2 \mathcal{P}\left(\frac{1}{\omega+\omega_{ij}} - \frac{1}{\omega-\omega_{ij}}\right)$$

$$\epsilon'' = \frac{cN}{\omega}\alpha(\ )\left[\frac{\mathcal{E}_\omega^{(e)}}{\mathcal{E}_\omega^{(i)}}\right]^2 = 4\pi^2 N \sum_{ij} \rho_{ii} |(i|\vec{\mu}|j)|^2 \left[\delta(\omega-\omega_{ij}) - \delta(\omega+\omega_{ij})\right]$$

(III,11)

Ces deux relations peuvent également, après quelques transformations simples, être décrites sous la forme équivalente :

$$\epsilon' = 1 + 4\pi N \sum_{ij} \left[\rho_{jj} - \rho_{ii}\right] |(i|\vec{\mu}|j)|^2 \mathcal{P}\left(\frac{1}{\omega+\omega_{ij}}\right)$$

$$\epsilon'' = \frac{cN}{\omega}\alpha(\omega)\left[\frac{\mathcal{E}_\omega^{(e)}}{\mathcal{E}_\omega^{(i)}}\right]^2 = -4\pi^2 N \sum_{ij} \left[\rho_{jj} - \rho_{ii}\right] |(i|\vec{\mu}|j)|^2 \delta(\omega+\omega_{ij})$$

(III,12)